



Ingeniería Matemática  
FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE  
Introducción al Álgebra 11-1

## Control 2

- P1.** a) Sean  $A, B$  conjuntos no vacíos. Considere la función  $\varphi : A \times B \rightarrow A$  definida por  $\varphi(a, b) = a$ .
- i) (2,0 pts.) Demuestre que  $\varphi$  es sobreyectiva.
  - ii) (1,0 pts.) ¿Bajo qué condiciones sobre el conjunto  $B$  resulta  $\varphi$  inyectiva? Justifique su respuesta.
- b) Sea  $A$  un conjunto no vacío. Se define la función  $d : A \rightarrow A \times A$  por  $d(a) = (a, a)$ .
- i) (2,0 pts.) Demuestre que  $d$  es inyectiva.
  - ii) (1,0 pts.) ¿Bajo qué condiciones sobre el conjunto  $A$  resulta  $d$  sobreyectiva? Justifique su respuesta.
- P2.** Sea  $f : A \rightarrow B$  una función donde  $A, B \neq \emptyset$ .
- a) (3,0 pts.) Demuestre que,  $\forall B_1 \subseteq B$  se tiene que,

$$f^{-1}(B_1^c) = [f^{-1}(B_1)]^c.$$

**Observación:** Note que los complementos son tomados con respecto a  $B$  y a  $A$  respectivamente.

- b) Primero demuestre que (1,0 pts.) para todo par de conjuntos  $A, B$ :

$$A \triangle B = (A^c \cap B^c)^c \cap (A \cap B).$$

Ahora, asumiendo que

$$(\forall B_1, B_2 \subseteq B), f^{-1}(B_1 \cap B_2) = f^{-1}(B_1) \cap f^{-1}(B_2)$$

y usando la parte a), deduzca que

$$(\forall C_1, C_2 \subseteq B), f^{-1}(C_1 \triangle C_2) = f^{-1}(C_1) \triangle f^{-1}(C_2).$$

**Indicación:** Sólo use lo que aparece en el enunciado. Si quisiera usar una propiedad extra, debe demostrarla.

Consultas sólo al auxiliar  
Justifique cada uno de sus pasos  
Tiempo: 1:15